

令和4年度開講  
データサイエンス実践B

# 第14講 『単位の話』

2022/8/1

H. Kumano

1. 「時間」の定義
2. 「長さ」の定義
3. 「重さ」の定義
4. 時空と相対論

LA LIBERTAD GUIANDO AL PUEBLO

EUGENE DELACROIX, 1830



フランス革命により、長さの単位メートルや、質量の単位キログラムといった計量が導入された。



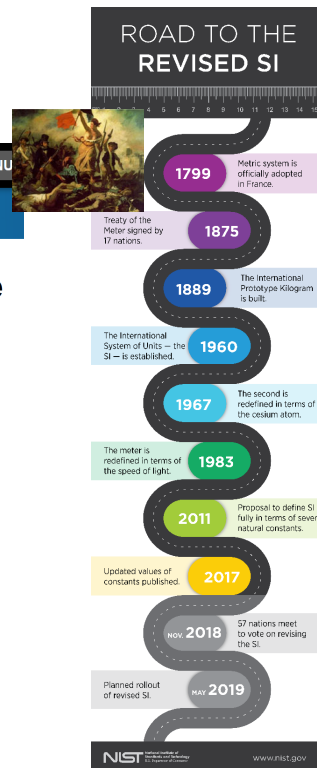
メートル条約(1875年5月20日)により、これらの単位に関する国際的な合意が成された。

2019年5月20日(記念日)、単位に関するフランス革命以降最大の革命を経験することになった!

## 「単位」の変遷

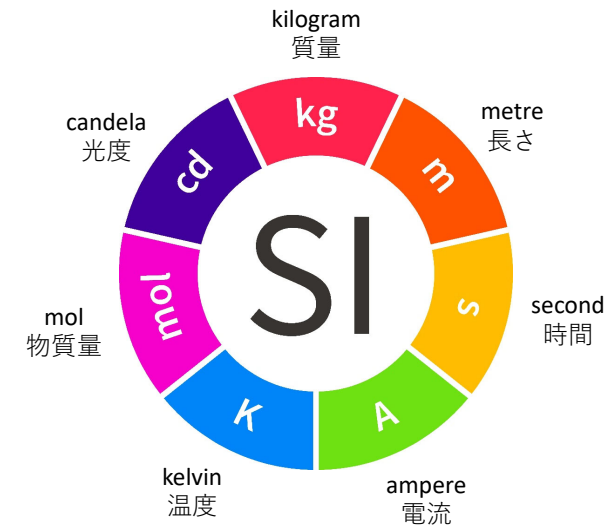


A Turning Point for Humanity: Redefining the World's Measurement System



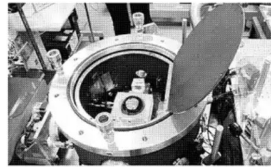
## 基本的な「単位」系

SI units : International System of Units



# 単位の話

[https://www.ptb.de/cms/fileadmin/internet/V\\_eranstaltungen/125\\_Jahre\\_PTB/pdf\\_Vortraege/1\\_1\\_Mills-New\\_definition\\_of\\_the\\_SI.pdf](https://www.ptb.de/cms/fileadmin/internet/V_eranstaltungen/125_Jahre_PTB/pdf_Vortraege/1_1_Mills-New_definition_of_the_SI.pdf)



産総研、計測技術を公開  
産総研は「プランク定数」と呼ばれる量子力学の基本定数を用いて、長さの単位「メートル」を定義する。これは、2019年11月の国際会議で決定された。この新しい定義は、2019年5月20日に正式に採用された。これは、メートルの定義が、地球の赤道の長さの1億分の一として定義されていたのとは、大きく異なる。この新しい定義は、より高精度の質量の計測が可能になると期待されている。

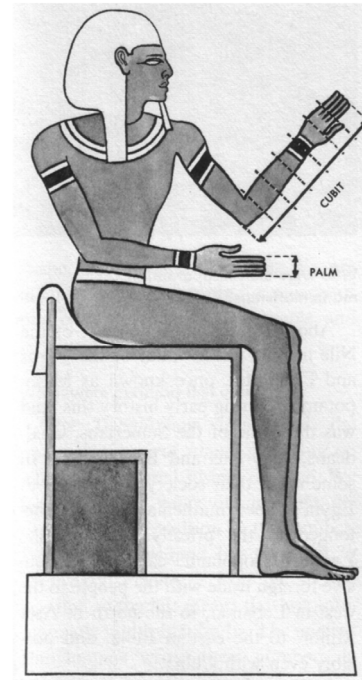
## 「キログラム」新定義導入

産業技術総合研究所 茨城 定義を導いた計測技術を報道  
「キログラム」の新たな定義は、約130年間にわたる「キログラム原器」が重なる。国際単位系で保管される分銅「国際キログラム原器」が重なる。この原器は、1889年にフランスのセーヴルで製造された。この原器は、地球の赤道の長さの1億分の一として定義されていた。この新しい定義は、より高精度の質量の計測が可能になると期待されている。

## 産総研、計測技術を公開

産総研は、計測技術を公開し、産総研は「プランク定数」と呼ばれる量子力学の基本定数を用いて、質量の単位「キログラム」を定義する。これは、2019年11月の国際会議で決定された。この新しい定義は、2019年5月20日に正式に採用された。これは、キログラムの定義が、地球の赤道の長さの1億分の一として定義されていたのとは、大きく異なる。この新しい定義は、より高精度の質量の計測が可能になると期待されている。

2018.8.22 日経



historyofsciences.blogspot.com

長い歴史の中で、我々は日々の生活や工作、トレード等において、計測、およびその基準を拠り所としている。

今でも我々は、正確、便利で、世界中で一定な基準を必要としている。



SI単位系を構成する基本単位は7つあり、それ以外の全ての単位は、この組み合わせで定められる。

最近行われた革命的な単位の改定を理解するため、始めに**時間の定義が歴史と共にどのように変遷してきたか**を見てみよう。

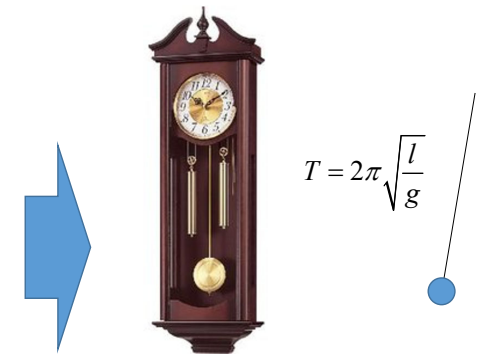


## 時間へのアプローチ



日時計（自転）

最初の、そして最も長く用いられてきた時間基準は、地球の自転に基づくもの。



ガリレオによる振り子の等時性の発見 (1584年頃)

時間(hours)、分(minutes)、秒(seconds)と精密化が進んだことから、1960年までは、

1秒 = 1日\*の、**1 / (24 x 60 x 60)** と定義していた。

すなわち、1秒とは一日\*の**1 / 86,400** である、としていた。



The Shortt Clock

\*平均太陽日 (mean solar day) :  
地球が1回転する平均時間。

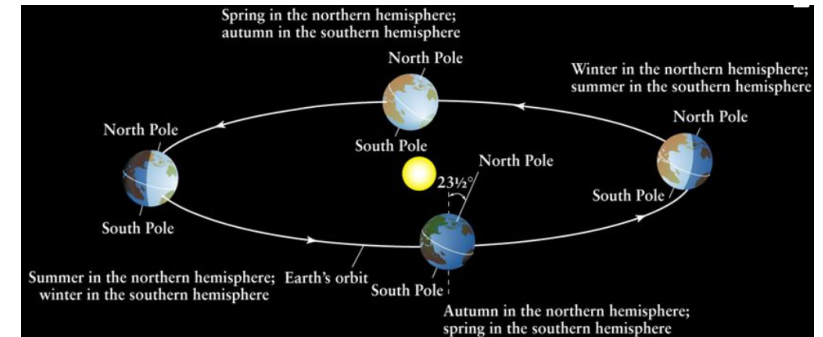
1900年代初頭、極めて精密な振り子時計が実現  
→ 1日の誤差0.0002秒 (12年で1秒)



地球の自転自体が一定ではない  
ことが明らかとなった。

精度を上げることで、これまで見えなかった  
もの・現象が見えてくる！

1960年までに、時間の基準として地球の自転を用いるのは、  
精度上、あまりよい方法ではないことが知られるようになり、



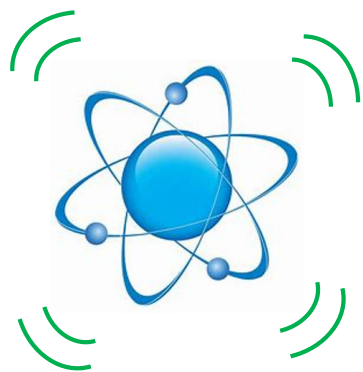
より高い精度を持つ太陽年を基準とすることとなった。

すなわち、1秒とは1900年における太陽年の  
**1 / 31 556 925.9747** である、と再定義した。



1900年の太陽年は固定されていて不変だが、  
今日すぐに測定できる値ではなく、不便。

時間が経っても決して変わらず、誰もが測定できる値による定義



→ 原子の遷移周波数  
による定義

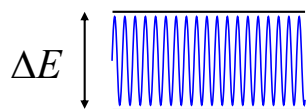
原子は、特定の周波数で振動する。  
その振動数は、同じ種類の原子で  
あれば、常に等しい。

$$f = \frac{\Delta E}{h}$$

(h:プランク定数=自然定数)

原子は、最高の時計！

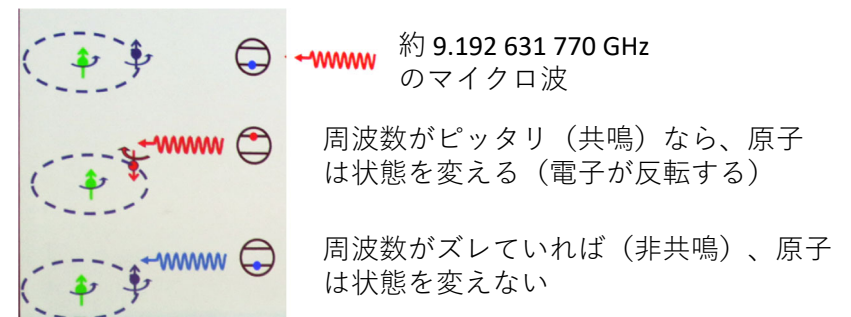
1964年、秒の定義がこの性質  
を用いたものに変更された。



現在の時間 = 秒の定義：

1秒とは、<sup>133</sup>Cs 原子の基底状態（最安定状態）の2つの  
エネルギー準位間の遷移（振動）の、**9,192,631,770**周期  
分である。

原子時計の概念図



この原理から、より高い遷移振動数を持つ原子を使えば、  
より正確な時計が得られる。



不安定な地球の回転から原子の時計に時間の基準を変更することによって、時間の測定精度が飛躍的に向上した。

3000万年に1秒！ しか狂わない。



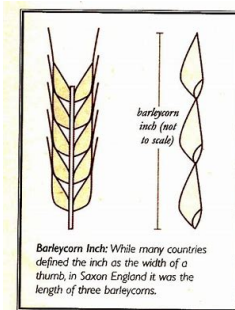
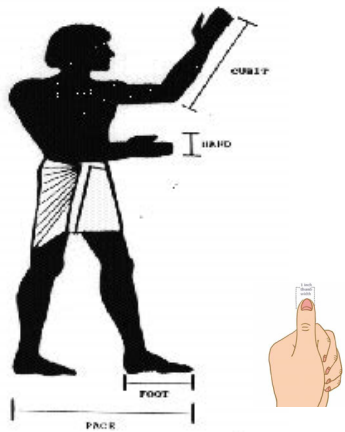
絶対零度近くまで冷やしたセシウム原子が吸収するマイクロ波の振動数を利用

この、神がかっているような究極的に高い安定性は、原子の遷移周波数が、**不変の自然法則により定まっている**ことに起因する。

長さについても、時間と同様の歴史がある。見てみよう。



## 古代の「長さ」へのアプローチ



Barleycorn Inch: While many countries defined the inch as the width of a thumb, in Saxon England it was the length of three barleycorns.

大麦を長さの基準（インチ）として用いた

人体や自然物の部位を長さの「基準」として利用  
便利ではあるが、一致性/一様性がない。

## 古代エジプトの測量技術



測量の様子



Cubit rod

底面の正方形の精度：0.025%の誤差。  
直角から僅か12秒（12/60度）しかズレがない

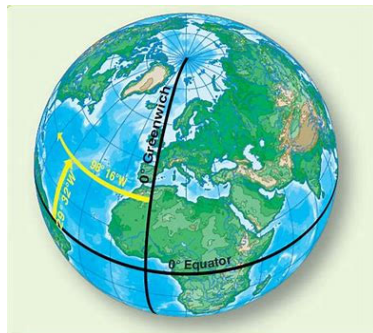
エジプト王の腕尺から採った長さ基準

## メートル法の導入

人間の行動範囲が広くなり、グローバルな取引等が行われるようになると、単位の不統一が大きな問題となってきた。  
そこでフランス革命後、世界中の様々な長さの単位を統一し、新しい単位を創設することが決議された。

メートルとは、パリを通る子午線に沿った、赤道-北極点間距離の**1/10 000 000**の長さとして定義された(1971)。

地球の大きさは、長さの基準として明確に定義され、時間的変動についても、王の足や手を使うよりもはるかに安定。



## メートル法の導入



実際の子午線の測量に基づき、1メートルの長さを表すメートル原器を作製  
→ 事実上の基準として用いた。

かつて王の腕の長さを基準にCubit rodを作製したのと共通の考え方。

一方で、簡単に測定や校正(子午線の実測値とズレがないか確認すること)ができるものではなく、便利とは言い難い。

## メートルの再定義

そこで1960年、メートルは $^{86}\text{Kr}$ 原子の $2p_{10}$ と $5d_5$ 準位間遷移で生じる光の、真空中での波長の**1,650,763.73**倍と再定義された。

そもそも「波長という長さ」を定義する必要があった。  
1970年までに、1960年に発明されたレーザー光がKrランプよりも遙かに安定で優れていることが明らかとなっていた。

↓  
様々なレーザーが発明され、波長はそれぞれ異なるが。。。

光速は自然定数であり、どんな色(=波長)の光も全く同じ速度で伝播する。

現在の長さ = メートルの(美しい)定義:

メートルとは、真空中を伝わる光が1秒間に進む距離の、**1 / 299,792,458**である。

## メートルの再定義

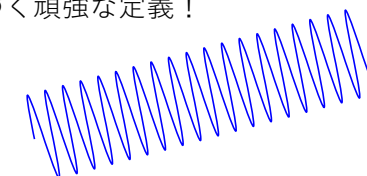
メートルとは、真空中を伝わる光が1秒間に進む距離の、**1 / 299,792,458**である。

➡ 光速は、これまでの「測定値」から、「定義値」となった。

構造物・人工物に依らない、不変の自然定数に基づく頑強な定義!

$$\lambda \cdot f = c$$

波長 周波数 定義



周波数を知れば、波長が自動的に分かる!

しかもあらゆる色の、どんな光でも成り立つ

# The Nobel Prize in Physics 2005

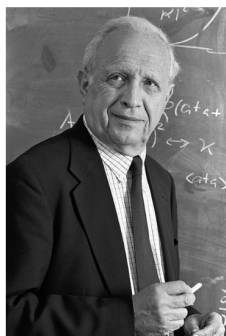


Photo: J.Reed

Roy J. Glauber



Photo: Sears.P.Studio

John L. Hall



Photo: F.M. Schmidt

Theodor W. Hänsch

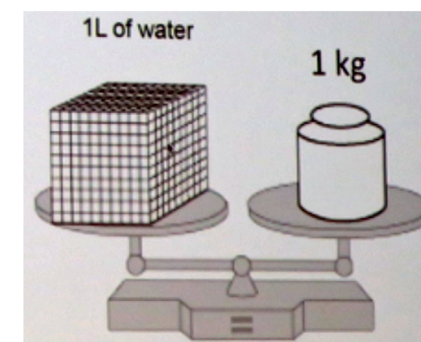
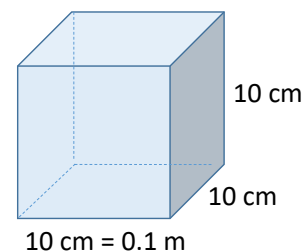
光の周波数測定の劇的な精度向上に対して  
精度（標準偏差）： $10^{-17}$ （光コム）

「秒」と「メートル」について、自然定数を用いた定義に至るまでの長きに渡る変遷を見てきた。

さて、ではキログラムについてはどうだろうか？



古代メソポタミアで用いられていた重さ基準



質量を何か基本的なもの結びつける試みとして、1793年頃、キログラムは4°Cの水1Lの質量と定義された。



水はどこでも手に入って便利そうだが、厳格な純度や温度の管理が必要で、使い易いものではなかった。





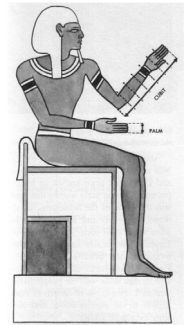
1799年以降、かつて王の腕の長さを基準にCubit rodを作製したのと同様に、水によるキログラムを精密に模した人工基準である「原器」を作製した。

1889年、メートル条約(1875)に基づき、より安定なPt-Ir合金による原器が作られた。パリの国際度量衡局に厳重に保管されている。

現在の質量 = キログラムの（美しくない）定義：

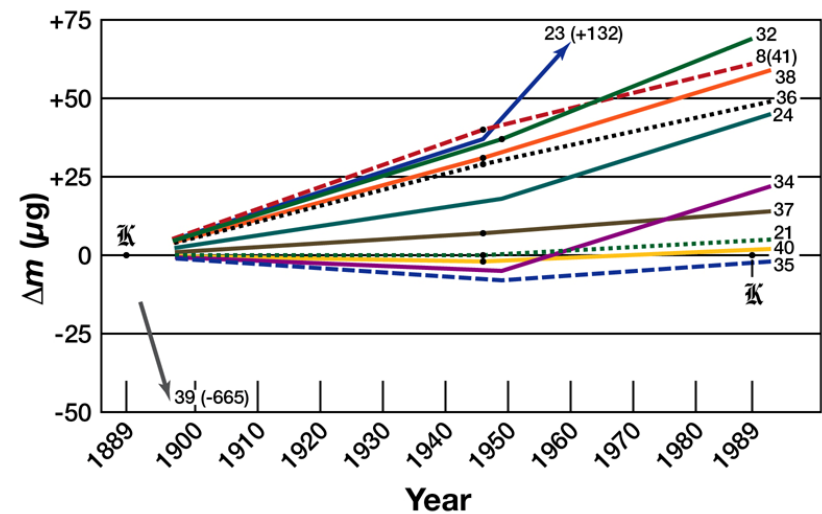
キログラムとは質量の単位であり、国際キログラム原器の質量に等しい。

科学技術が大きく進展した21世紀の今日にあって、基本単位の一つである質量が19世紀に作られた一片の金属ブロックで定義されている。



基本的には古代文明の方法をそのまま引きついで今日に至っている。

### 国際キログラム原器(IPK)の質量変動



G. Girard, Metrologia. 31 (4) 317 (1994).

だれも忍び込んで削ってはいないのだが、実は、原器の質量は、どうやら軽くなっているらしい。。。


法的にはIPKの質量は、何があっても1kgであって、決して変わらない。

なぜなら、これが1kgの定義であるから。。。

科学の進歩によって明らかとなってきた、この矛盾に満ちた奇妙な状況を、何とか解決しなければならない。

## Kgへの新アプローチ：プランク定数

**kg**



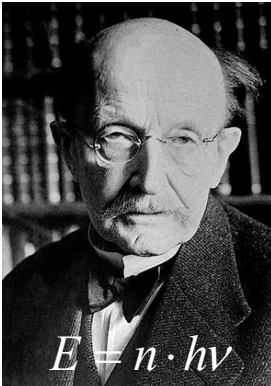
人工的なkgにより、  
プランク定数を算出

→

←

プランク定数を定義することにより、人工的要素を排除して新しいkgを定義できる

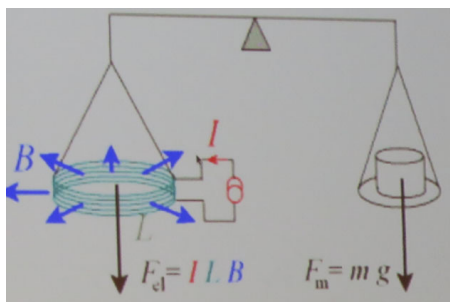
Planck's Constant  
**kg m<sup>2</sup>/s**



*E = n · hν*

新しいSIの定義案では、プランク定数を実験的にその値が決定される定数ではなくし、定義値として固定することにより、別に定義される光速と秒に依存してキログラムが定義される。

### Kibble balance



$$ILB = mg$$

Faradayの電磁誘導の法則

$$V = LBv$$

→  $mg = I \frac{V}{v}$

→

$$mgv = IV$$

力学的仕事      電磁氣的仕事

(単位時間あたり)

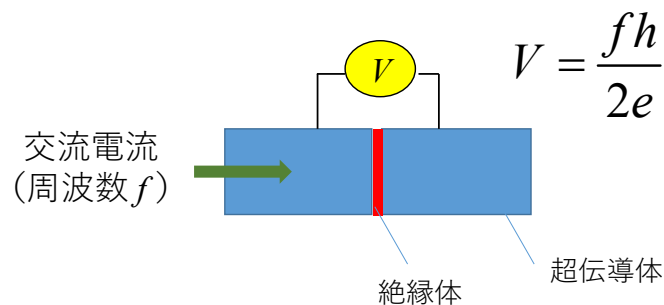
$I, V, g, v$ を知れば、

$$m = \frac{IV}{gv} \rightarrow 1 \text{ kg}$$

<http://www.npl.co.uk/science-technology/mass-and-force/research/npl-kibble-balance>

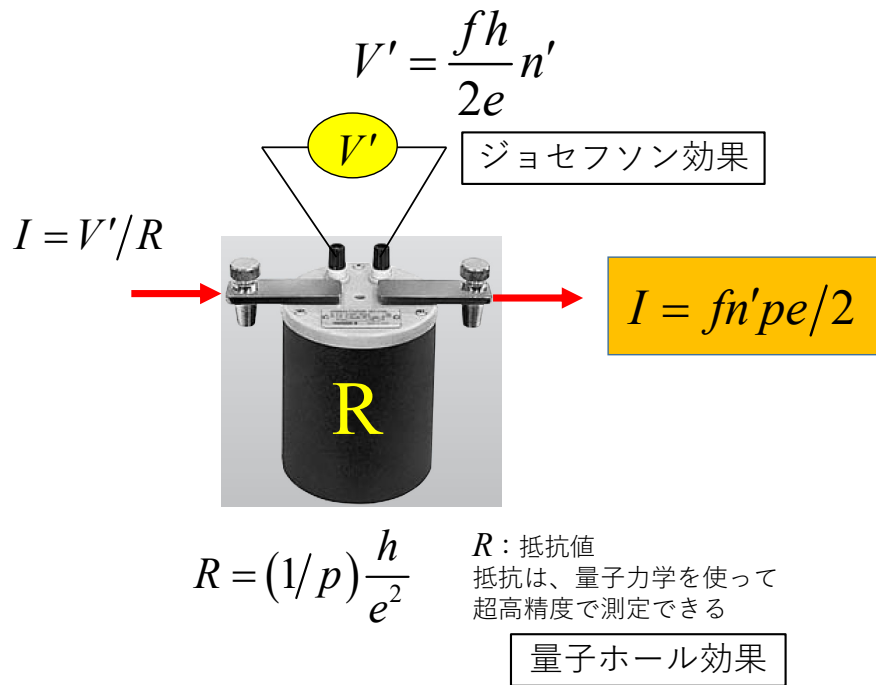
→  $I, V$ , を高い精度で決める必要がある。

ACジョセフソン効果 (周波数 → 電圧変換)



交流の周波数を正確に定めれば、あとは基礎物理定数であるプランク定数と電気素量 (あるいは合わせてジョセフソン定数) のみにより決まる「普遍的電圧」が得られる。





これらをまとめると、

$$mgv = IV$$

$$I = fn'pe/2 \quad V = \frac{fh}{2e} n$$

$$mgv = \frac{hf^2}{4pn'n}$$

キログラムが、人工物によらず、精密に測定可能な量、自然定数により精密に決定できる。

## 再び時間の話 . . .

## 次世代の時計

セシウム原子時計に代わる次世代原子時計の最有力候補  
→ 振動数を正確に測るのに、「統計的手法」を導入

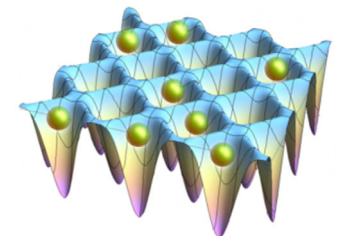
絶対零度近くまで冷やした荷電粒子5つを電極の間にトラップし、544万回計測を繰り返して正確な振動数を測定。  
だがこの場合、5桁の時間を読むのに54日必要。。。

香取教授（東大・理研）は、100万個の原子を集めて1回だけ計測すればいいじゃないかと着想、「光格子時計」を提案。

セシウム原子時計と比べ、3桁の精度向上が可能 ( $10^{-18}$ )



300億年に1秒！ しか狂わない。  
(宇宙の年齢は138億年)



ストロンチウム ( $w$ ) 原子

## 次世代の時計の利用価値

- ◆ 動いている物体では時間がゆっくり流れる（特殊相対性理論）
- ◆ 重力が強いところでは時間がゆっくり流れる（一般相対性理論）

人が歩く程度の速さや、高低差1cmで生じる重力エネルギーの差による時間の遅れは極めて小さく、今の原子時計では測ることができない。



18桁の有効数字で時間を読める時計なら、この日常生活に現れる時間の遅れさえ捉えることができる！！！！

## 次世代の時計の実験

東京スカイツリーの地上階と展望台の2カ所に置き、それぞれが示す時間の進み方を計測。

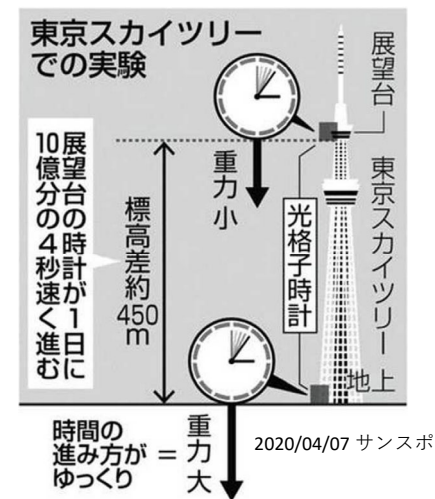
展望台では1日あたり4.26ナノ秒（ナノは10億分の1）、地上よりも時間が速く進んでいた。

この時間差から両者の高低差を求めると、452.603 m ( $\sigma=39$  mm) だった。

一方、レーザーで高低差を実測すると、452.596 m ( $\sigma=13$  mm) となり、高精度で一致した。

重力を受けている人の時間

$$= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{rc^2}}} \times (\text{重力を受けていない人の時間})$$



- ◆ 動いている物体では時間がゆっくり流れる（特殊相対性理論）

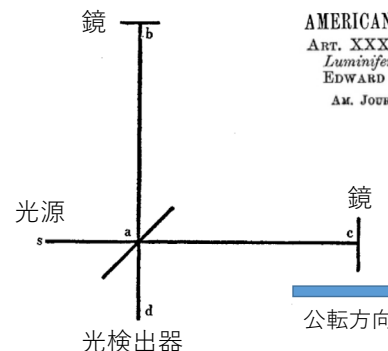
極めて非常識的な話に聞こえるかもしれないが、実は理解するのはそんなに難しくはない。ただ、1つの実験事実を認めれば。

## Michelson & Morleyの実験

（エーテル仮説の検証）

### 地球の公転と自転

公転は 30 km/h で光速の1/10,000、  
一方、自転は~500 m/sで、音速 340 m/s 程度



AMERICAN JOURNAL OF SCIENCE.

ART. XXXVI.—On the Relative Motion of the Earth and the Luminiferous Ether; by ALBERT A. MICHELSON and EDWARD W. MORLEY.\*

AM. JOUR. SCI.—THIRD SERIES, Vol. XXXIV, No. 203.—Nov., 1887.

A. A. Michelson & E. W. Morley, American Journal of Science 34(203), 333 (1887).

公転方向に対して、垂直方向は光が斜めに進む分、遅れて光が戻ると（垂直方向で光の速度は遅くなると）予測されていた。

結果は、公転方向とそれに垂直方向で光が進む速度に全く差がなかった！！！！

# 光速不変の原理

宇宙を高速で走っている地球上で、走行方向および走行直角方向のいずれの方向で光の速度を測っても同じ値が得られた、という実験結果を説明するために導入された。

## A. Einstein の思考実験

光速で走っているロケットの乗員は、鏡で自分の顔が見えないのか？



そんなことはないだろう。きっと地上と同じように見えるはずだ。



どんな速度で運動していても、光速は一定のはずだ。

A. Einstein 「光速不変の原理」

# 時間と空間の不可分性

光速不変の原理を認めてみる。

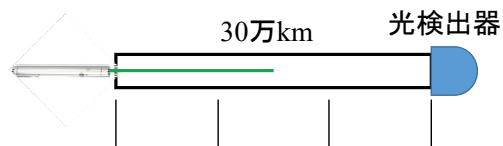
$$\text{距離} = \text{速度} \times \text{時間}$$

$$\text{光速度} = \frac{\text{距離}}{\text{時間}} = \text{一定値 } (c)$$

つまり、今や距離と時間を独立に選べない、ということ認めなければならない。  
(絶対座標、絶対時間の放棄)

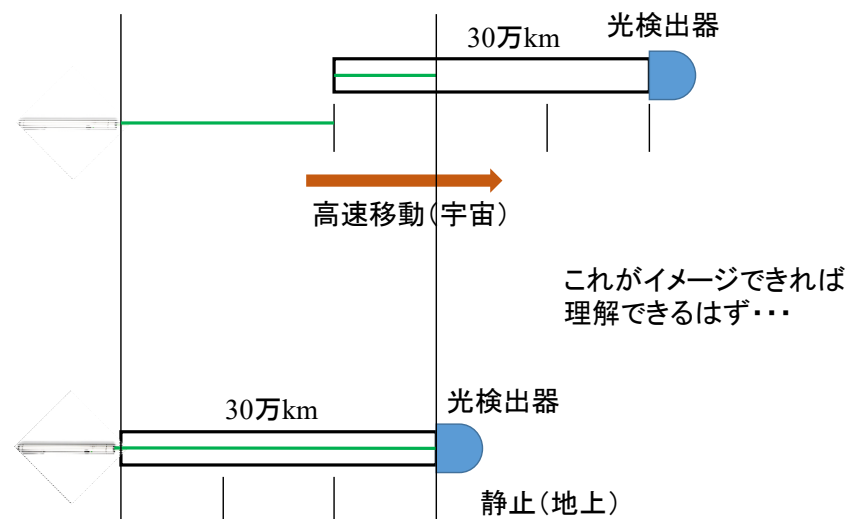
# 相対論での時間の再定義 (光時計)

光速 30万km/秒 が一定(光速不変の原理)の下で、1秒を、光が30万km走るのにかかる時間と定義する。



$$\text{時間}(1\text{秒}) = \frac{\text{距離}}{c} = \frac{30\text{万km}}{30\text{万km/秒}}$$

# 動いていると時間は遅れる



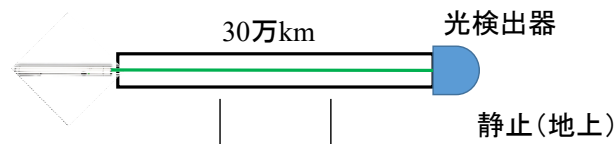


# 動いていると時間は遅れる

光速に近づくほど、時間の進み方は遅くなる。  
もしロケットが光速で移動できれば、静止している人からみてロケットの中で時間は進まない。

ただし、逆の立場でみると事情は反転する(相対的)。  
つまり、光速移動中のロケットにいる人から見ると、地球の時間は止まって見える。

誰にとっても、自分の時間は普通に進む＝「光速不変の原理」



# まとめ

- 「単位」は、時代とともに、技術とともに変わって行く。
- 技術が進み、測定精度が上がって行けば、今まで見えなかったものが見えてくる。
- 自然が定めた自然定数で定義される「単位」は、精度・安定性の面からはこれ以上ない最終形。
- 光速不変の原理により、時空は不可分になる。
- 日常的な現象の思考実験により、Einsteinは光速不変の原理を着想した。発想は、経験に基づくもの。
- 相対論での時間は、光速不変の原理に基づき再定義される。
- 自然現象の理解に、高度な数学は必ずしも必要ではない。逆に、数学ができて、想像力がないと理解は難しい。