

数値解析：第 7 回レポート課題

担当教員：劉雪峰

1 人口の変化

新潟の人口は毎年以下のように変化と仮定します。(実際の数値とは違いますので、注意してください。)

- 新潟の人口の 10% が県外に引っ越します。
- 県外の人口の 5% が新潟に引っ越します。

2021 年 1 月日本の人口は約 1.25 億です。時間が十分立ってから、安定な人口分布を求めよ。ただし、出産者と無くなる者による人口の変化を無視します。

2 冪乘法による固有値の計算

行列 A は以下のように定義される。

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

冪乘法によって、以下の問題を解いてください。(コンピュータでプログラミングを利用して計算しなさい。)

- 1) A の最大固有値とそれに対する固有ベクトルを求めよ。
- 2) 絶対値が一番小さいである A の固有値とそれに対する固有ベクトルを求めよ。【ヒント： A の最小固有値の逆は A の逆行列の最大固有値となる。】
- 3) A の 3.1 に近い固有値とそれに対する固有ベクトルを求めよ。【ヒント： A の 3.1 に近い固有値と $A - 3.1I_5$ の固有値の中で絶対値が最小となる固有値の関係を利用しなさい。】

真の固有値と固有ベクトルを λ , x と書いておく。べき乗法による固有値と固有ベクトルを計算するとき、毎回の計算で求められた近似固有値 $\lambda^{(k)}$ と近似固有ベクトル $x^{(k)}$ の誤差を $\text{Err}_1 := \|x^{(k)} - x\|_2$, $\text{Err}_2 := |\lambda - \lambda^{(k)}|$ とする。計算回数 k と $\log(\text{Err}_1)$ 、 k と $\log(\text{Err}_2)$ の関係図を描きなさい。